

Ajuste de curvas de crecimiento en experimentos de nutrición con animales¹

Raúl Barnier B.²

INTRODUCCION

Numerosos autores han intentado describir el crecimiento, tanto en plantas como en animales, mediante funciones matemáticas las que a su vez representan curvas más o menos ajustadas a las observaciones. Estos estudios se realizan con el propósito de describir y cuantificar el crecimiento en determinadas condiciones experimentales. Algunos de ellos han tratado de relacionar algunas características, tales como eficiencia de crecimiento en diferentes etapas, con los parámetros usados, en cambio otros han intentado representar la información disponible mediante una curva en la cual no hay una interpretación clara de las constantes usadas con relación a la teoría del crecimiento.

Existen diferencias, además, en el procedimiento empleado en la estimación estadística de estos parámetros. En algunos casos se sugiere el uso de la transformación logarítmica sobre la ecuación de la curva, lográndose así un modelo lineal sobre el cual se hace una estimación, por mínimos cuadrados, del logaritmo de los parámetros. En este caso, obviamente, este estimador no coincide con el correspondiente al parámetro original. Para obviar este inconveniente se ha sugerido el uso de estimadores de mínimos cuadrados para funciones no lineales, lo cual implica un procedimiento estadístico más elaborado.

En la mayoría de los trabajos existentes sobre este tema el interés de los autores se ha centrado en el ajuste de una curva al proceso completo de crecimiento, es decir, hasta que el animal en estudio ha llegado a su estado adulto. Sin embargo, en una parte importante de los trabajos experimentales especialmente aquellos relacionados con nutrición, se sacrifica el animal cuando aún no ha llegado

a su estado adulto. Este trabajo se realizó en base a datos de este último tipo.

El objetivo de este estudio es definir un método que permita obtener curvas de crecimiento para animales en experimentación con el propósito de poder mejorar la comparación entre tratamientos, aprovechando toda la información disponible sobre pesajes parciales que normalmente se realiza en este tipo de trabajos. En el logro de este objetivo se ha tratado de cumplir los siguientes requisitos:

- a) Que los parámetros correspondientes a las curvas de crecimiento obtenidas se estimen estadísticamente por el método de los mínimos cuadrados;
- b) Que estos parámetros tengan algún significado en la descripción del crecimiento;
- c) Que permita comparar animales dentro y entre tratamientos, y
- d) Que las curvas obtenidas tengan un buen ajuste a los datos observados.

REVISION DE LITERATURA

Richards (1959) hace un estudio de curvas de crecimiento en plantas y animales clasificando los tipos de crecimiento en cuanto a la razón de crecimiento presentada por el organismo en el tiempo, y expresándola como una función del peso observado y del peso máximo logrado en la etapa de adulto. Es decir, estudia el crecimiento total del individuo y considera un parámetro difícil de estimar en etapas previas a él, como es el peso máximo.

Sang (1962) en un estudio con líneas seleccionadas a partir de la raza Brown Leghorns, en aves, usó curvas de crecimiento ajustando la ecuación logística:

$$W = A / (1 + C^{-kt})$$

W, es el peso observado en el tiempo t, A, es el peso máximo, c peso inicial, k es la razón de crecimiento.

¹Recepción originales: 5 de marzo de 1974.

²Ing. Agr., Estadística Experimental. Estación Experimental La Platina, Instituto de Investigaciones Agropecuarias (INIA), Casilla 5427, Santiago, Chile.

Day (1963) sugiere algunos procedimientos prácticos para resolver la ecuación logística mediante una transformación logarítmica, generalizando su uso a varios tipos de funciones usadas en agricultura.

$$Y = A / (1 + Be^{-kx})$$

Y, es el valor observado de la variable dependiente, x, variable independiente, A, valor máximo alcanzado por la función, B, valor inicial, k, razón de crecimiento de la función.

Krause *et al.* (1967) da un enfoque matemático estadístico al proceso de comparación de curvas, determina algunos parámetros que permiten comparar las curvas y sugiere el análisis multivariado para la comparación.

MATERIALES Y METODOS

La aplicación de este método se hizo en dos ensayos. El primero de ellos sobre nutrición en cerdos realizado por el Ing. Agr. Guillermo Rosa en la Estación Experimental Carillanca*, que consistió en el estudio de 5 raciones que se probaron en 6 machos y 6 hembras cada una. En este ensayo los animales se pesaron cada dos semanas durante 105 días (exactamente los pesajes se hicieron en los días 1-14-28-42-49-63-77-91-105, después de iniciado el experimento). Con estas observaciones se hizo un análisis de covarianza para la variable peso final, a los 105 días, ajustado por peso inicial.

El segundo ensayo fue realizado por el Ing. Agr. Ph. D. Oscar Cáceres*, en la Estación Experimental La Platina, donde se probó el efecto del peso del huevo sobre el crecimiento de pollos (broilers). Una parte de este ensayo fue sometido a análisis mediante este procedimiento con los siguientes tratamientos:

Peso huevo en gramos				
< 55	55-60	61-65	66-70	> 70
Tamaño muestra				
11	14	18	19	15

Se efectuaron 6 pesajes semanales entre la 1ª y la 6ª semana y 2 adicionales a la 9ª y 11ª semana. Los pesos de la 7ª, 8ª y 10ª semana se obtuvieron por interpolación gráfica. Con estos datos se hizo un análisis de varianza por cada semana.

*El autor desea expresar sus agradecimientos a los investigadores que proporcionaron el material del presente trabajo.

El método en estudio contempló básicamente el mismo procedimiento para ambos ensayos pero con una variante en el modelo usado para el cálculo de los parámetros.

El procedimiento consistió en los siguientes pasos:

1. Para cada animal se calculó primero la razón de crecimiento o ganancia promedio "asociada" con cada fecha de pesaje. Para esto se calculó la diferencia entre los pesajes anterior y posterior a la fecha considerada y se dividió por el número de días (o de semanas según las unidades con que se desee trabajar) comprendido entre ambos pesajes. Para la primera y la última semana se consideraron solamente los dos primeros o los dos últimos pesajes consecutivos, según el caso, para calcular la razón de crecimiento asociado con las dos fechas.

2. Haciendo ahora el supuesto de que la tangente a la curva en cada fecha es paralela a la recta que une los pesajes anterior y posterior a ella, se expresó la razón de crecimiento como una función de los pesajes observados en cada fecha. De acuerdo con esto se hizo una regresión de las ganancias asociadas con cada fecha y el peso del animal en esa fecha. En el ensayo en cerdos, se calculó una regresión lineal.

$$Y_i = A + B P_i \quad (1)$$

donde: Y_i = razón de crecimiento asociado con la iésima fecha.

P_i = peso observado en la iésima fecha.

A y B = parámetros estimados para una regresión simple lineal.

En el ensayo de pollos no se obtuvo un buen ajuste para la regresión simple (1) y se calculó una regresión no lineal:

$$Y_i = B_0 + B_1 P_i + B_2 P_i^2 \quad (2)$$

donde:

Y_i , es la razón de crecimiento en la iésima semana.

P_i , es el peso en la iésima semana.

B_0 , B_1 y B_2 son estimadores obtenidos por mínimos cuadrados.

3. Haciendo ahora $Y = \frac{dP}{dt}$, donde t es el tiempo expresado en semanas, o en días y

P es el peso observado, se resolvieron las ecuaciones diferenciales (1) y (2).

Para la regresión lineal (1):

$$P_i = -\frac{A}{B} + \left(PI + \frac{A}{B}\right)e^{-Bt} \quad (3)$$

donde, P_i es el peso en la i ésima semana según la curva de crecimiento esperada para ese animal; t , es el tiempo expresado en semanas, A y B son los parámetros estimados en (1), y PI , es el peso inicial observado.

Para la regresión no lineal (2):

$$P_i = \frac{1}{\left(\frac{1}{PI} + \frac{B_2}{B_1}\right)e^{-B_1 t} - \frac{B_2}{B_1}} \quad (4)$$

donde, P_i es el peso en la i ésima semana, t el tiempo en semanas, B_1 y B_2 son los parámetros estimados en (2). PI es el peso inicial observado.

4. Se probó la significación del ajuste de las curvas teóricas con los datos observados.

5. A continuación se procedió a las comparaciones de animales tanto dentro como entre tratamientos. Para el experimento en cerdos se calculó una regresión lineal simple entre los estimadores de los parámetros expresados en (1) y (3), de acuerdo con la siguiente relación:

$$A = a + bB \quad (5)$$

Para el cálculo de esta función se consideraron todos los valores del ensayo.

Para la comparación de los tratamientos en el caso del experimento en broilers se calcularon los pesos máximos mediante la relación:

$$\text{Peso máximo} = B_1/2B_2 \quad (6)$$

Los análisis estadísticos correspondientes a estos métodos fueron programados por el autor y procesados mediante un computador IBM 360/40.

RESULTADOS

En el Cuadro 1 se presentan los resultados del ensayo en cerdos. La prueba de Duncan permite destacar claramente la superioridad del tratamiento ración 1, machos. En menor proporción son buenos los tratamientos ración 1, hembras; ración 3, hembras, y ración

Cuadro 1 — Promedios de tratamientos ajustados por covarianza (variable peso final y covariable peso inicial). Ensayo de 5 raciones en cerdos probados en 6 machos y 6 hembras. (G. Rosa, Guillermo. Carillanca, 1971).

Tratamientos	Promedio ajustado	Eficiencia ^a
1 Ración 1 machos	96,38	5
2 Ración hembras	93,12 a ¹	5
3 Ración 2 machos	90,38 abc	4
4 Ración hembras	87,73 bc	1
5 Ración 3 machos	91,04 ab	2
6 Ración hembras	92,62 ab	4
7 Ración 4 machos	89,29 bc	1
8 Ración hembras	89,05 bc	1
9 Ración 5 machos	85,91 c	0
10 Ración hembras	83,73 c	0

¹Los tratamientos con la misma letra no difieren estadísticamente (Prueba de Duncan, $P = 0,05$).

^aExplicación en el texto.

3, machos. El grupo siguiente presenta una evidente situación intermedia con poca definición entre los tratamientos, integrado por ración 2, machos; ración 4, machos; ración 4, hembras y ración 2, hembras. En cambio sobresalen por su ineficacia los tratamientos ración 5, machos y ración 5, hembras.

En el Cuadro 2, se presentan, a modo de ejemplo, los cálculos realizados con uno de los animales del ensayo, correspondiente al tratamiento 1. Este cálculo se repitió para todos los animales del ensayo. En la segunda columna del cuadro se expresan los días contados a partir del inicio del experimento en que se efectuaron los pesajes. En la columna 4 se indica la ganancia diaria asociada con cada pesaje y en la columna 5 una estimación de este valor realizado mediante la ecuación (7), al pie del mismo cuadro, en ella se indican los parámetros correspondientes al ejemplo: $A = 0,713$ y $B = 0,000137$. Estos parámetros permitieron a su vez calcular los pesos estimados de la columna (6) mediante la ecuación (8).

La correlación entre los pesos observados y los pronosticados mediante las ecuaciones del tipo (8) fueron altas para todos los animales y significativas al nivel de 1% (para el ejemplo, $r = 0,996$). Esto indicó la suficiencia de los parámetros calculados por este procedimiento.

Los parámetros A y B de todos los animales fueron correlacionados, obteniéndose un va-

Cuadro 2 — Detalle de los cálculos realizados para cada animal del ensayo, datos correspondientes a un cerdo del tratamiento 1.

1 Nº Pesaje	2 Fecha días	3 Peso observado	4 Razón de crecimiento observado calculado Kg/diarios	5	6 Peso calculado Kg
1	1	38,5	0,654	0,718	39,2
2	14	47,0	0,630	0,720	48,5
3	28	55,5	0,625	0,721	58,6
4	42	64,5	0,905	0,722	68,7
5	49	74,5	0,881	0,724	73,8
6	63	83,0	0,607	0,725	83,9
7	77	91,5	0,911	0,726	94,1
8	91	108,5	0,839	0,729	104,3
9	105	115,0	0,464	0,729	114,5

Columna (5): Razón de crecimiento = $0,713 + 0,000137 \times \text{Peso observado}$. (7)

Columna (6): Peso calculado = $0,713/0,000137 + (38,5 + 0,713/0,000137) \exp(-0,000137 \times t)$ (8)
donde, t es el tiempo medido en días.

lor $r = 0,930$, $n = 59$. Y la ecuación de regresión de A sobre B dio la recta:

$$A = 579 - 0,618 \times B \quad (9)$$

Los valores de A y B correspondientes a cada animal y la ecuación (9) se presentan en las Figuras 1 y 2.

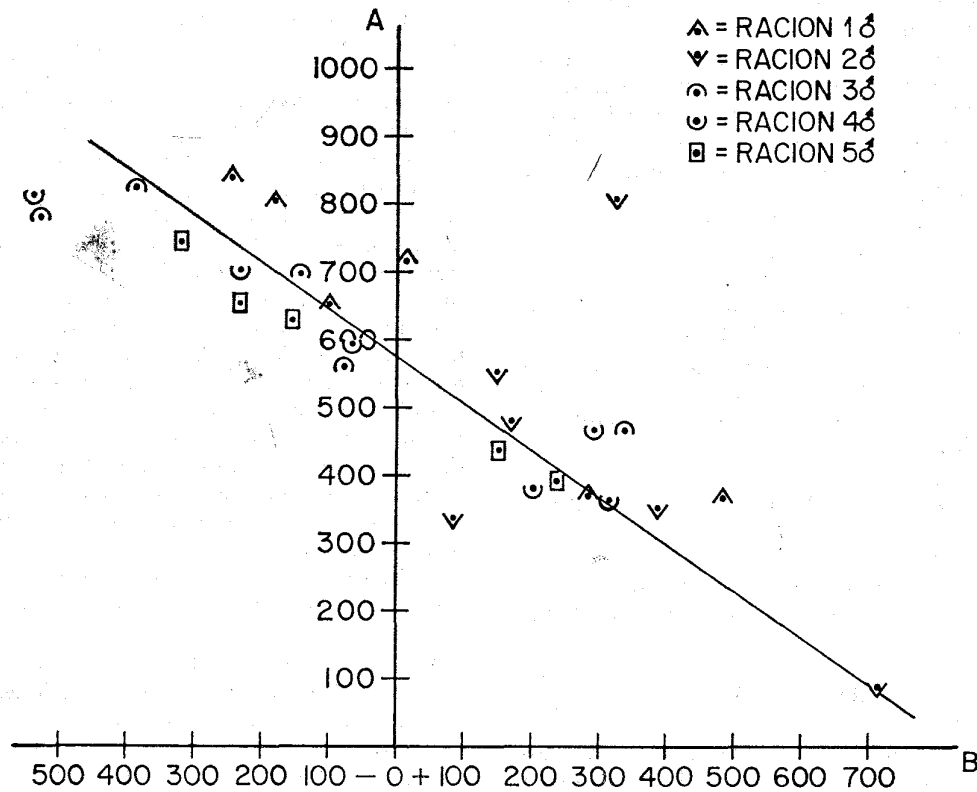


Figura 1 — Regresión entre los parámetros A y B (expresada en ecuación (9)) para el ensayo de cerdos. Cada punto corresponde a un animal del ensayo. Los que están sobre la recta de regresión tienen un mejor comportamiento. Sólo se incluyeron los machos.

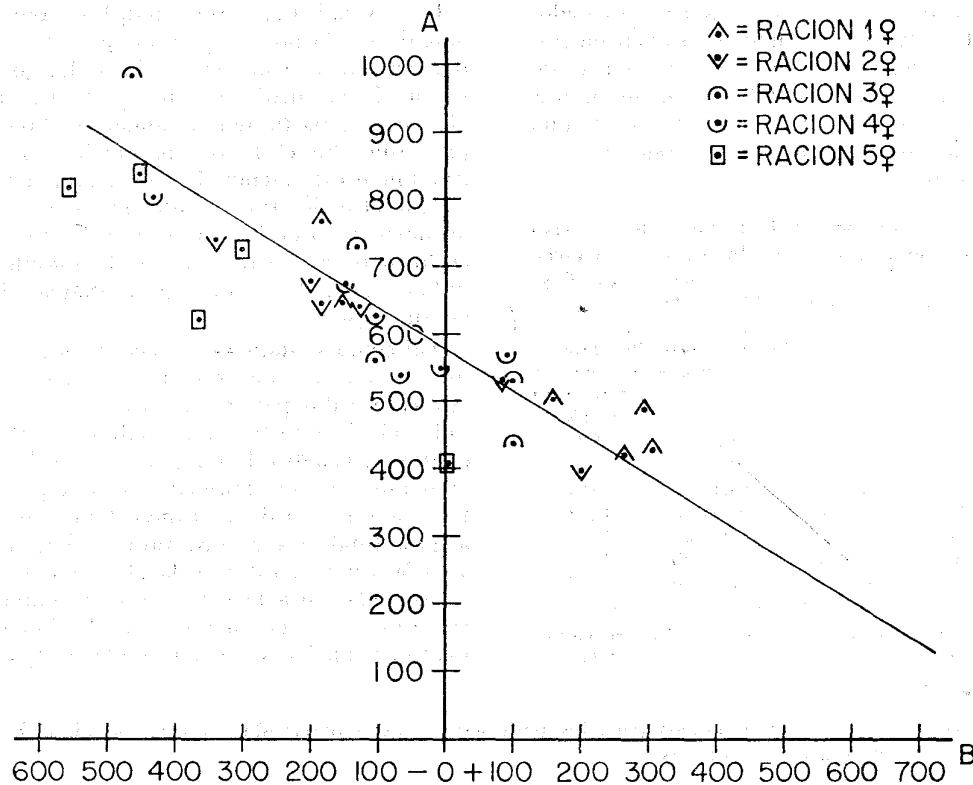


Figura 2 — Regresión entre los parámetros A y B (expresada en ecuación (9)) para el ensayo de cerdos. Cada punto corresponde a un animal del ensayo. Los que están sobre la recta de regresión tienen un mejor comportamiento. Sólo se incluyeron las hembras.

Los valores de B, tanto en las Figuras 1 y 2 como en el cálculo de la ecuación (9) fueron amplificados en 10^5 .

De acuerdo con los valores de los parámetros A y B obtenidos, se observó que la eficiencia del crecimiento depende en gran medida del valor de B, la proporción promedio de crecimiento a través del ensayo, pero este parámetro está muy correlacionado, como se indicó, con el valor de A, dependiente del crecimiento en la 1ª etapa, y este valor a su vez relacionado con el peso inicial del animal. Se observó una clara tendencia a que un animal con un valor alto del parámetro A (0,7 a 0,8), le correspondió un valor negativo de B, excepto en el caso de un animal excepcionalmente eficaz en el crecimiento. Por lo tanto, la eficiencia en el crecimiento de un animal dependió simultáneamente de los valores de A y B. La mayor eficiencia correspondió a los animales que presentaron los valores más altos de ambos parámetros.

La ecuación (9) permitió separar los ani-

males en dos grupos. Aquellos que se encontraron sobre la recta fueron los de mayor eficacia en su crecimiento y los que están bajo la recta indicaron un crecimiento deficiente.

En el Cuadro 1 se presentan los resultados correspondientes a este análisis; en él se muestran los tratamientos que tienen los mejores animales del experimento, indicados en la columna eficiencia. De los resultados de este último análisis se puede concluir que existe cierta similitud con el método de Duncan en este caso, excepto que la ración 3, machos, muestra una menor eficiencia que en la comparación de los pesos, lo cual puede ser atribuible a que este tratamiento presentó un animal cercano al límite inferior de la clasificación por eficiencia, que no se consideró como eficiente, en la misma forma, el tratamiento 2, machos, tuvo dos animales cercanos al límite de la clasificación por eficiencia, que fueron considerados como eficientes.

De acuerdo con estos resultados se puede

concluir que los dos parámetros calculados por este sistema contienen o resumen en forma suficiente la información obtenida a través del experimento, por lo tanto, del análisis de esta información se puede lograr una adecuada interpretación de los resultados del experimento.

Cuadro 3 — Promedios de tratamientos. Ensayo de 5 diferentes pesos de huevo sobre el crecimiento en broilers. (Dr. O. Cáceres, Est. Exp. La Platina, Santiago. Chile. 1969).

Tratamientos	Promedio peso a la 9ª semana	Promedio peso a la 11ª semana	Peso promedio con máxima ganancia diaria
Gr	Kg	Kg	Kg
55	1,603 b ¹	2,009 b	1.175
56 — 60	1,643 b	2,105 ab	1.174
61 — 65	1,778 a	2,285 a	1.359
66 — 70	1,720 ab	2,170 ab	1.330
70	1,703 ab	2,175 ab	1.373

¹Los tratamientos que tienen la misma letra no difieren estadísticamente entre sí (Prueba de Duncan, $P < 0,05$).

En el Cuadro 3, se presentan los promedios obtenidos a la novena y decimoprimer semana, del experimento en broilers. La comparación de promedios dio un gradiente en la eficiencia a partir del tratamiento 61-65 gramos, que dio el mayor promedio, hasta el tratamiento de menos de 55 gramos. A pesar de que el mejor tratamiento no correspondió al mayor peso de huevo, hubo más eficiencia en los mayores pesos de huevo. Los resultados indicaron que los dos pesajes fueron similares en su respuesta.

Tal como se indicó en las ecuaciones (4) y (6), la información obtenida se redujo en este caso a dos parámetros, B_1 y B_2 , considerados el término lineal y cuadrático del modelo (2), Cuadro 4. En este caso se desechó el parámetro B_0 expresado en (2) por tratarse de un valor de poca importancia relativa al peso final, que alcanza normalmente entre 40 a 50 veces su valor en la 11ª semana.

Con relación a la razón de crecimiento en este caso se presentan una serie de características que pueden ser generalizadas para todos

Cuadro 4 — Valores obtenidos para los parámetros y pesos observados en algunos animales del experimento en broilers.

Tratamiento	B_1^1	B_2	Ganancia ² Máx. gr/semana	Peso Máx. gr	Peso 9ª Sem. gr	Peso 11ª Sem. gr
< 55 gr	484	17	366	1.354	1.694	2.322
	468	20	301	1.151	1.654	2.070
	406	15	318	1.319	1.700	2.270
	413	17	292	1.176	1.596	2.080
	413	17	294	1.196	1.648	2.110
56-60	481	18	346	1.296	1.744	2.280
	491	18	366	1.356	1.918	2.440
	483	19	342	1.265	1.882	2.320
	382	17	255	1.120	1.424	1.920
	408	16	307	1.278	1.730	2.260
61-65	437	17	316	1.231	1.672	2.170
	457	17	349	1.345	1.946	2.440
	438	21	262	1.007	1.504	1.840
	462	17	350	1.313	1.856	2.360
	508	19	361	1.310	1.828	2.336
66-70	398	14	327	1.392	1.780	2.270
	346	12	312	1.403	1.796	2.276
	369	12	341	1.486	1.882	2.396
	390	15	291	1.309	1.562	2.046
	483	18	357	1.287	1.874	2.320
> 70	349	12	302	1.411	1.640	2.150
	374	14	303	1.298	1.780	2.190
	360	14	289	1.258	1.720	2.130
	340	10	356	1.617	1.950	2.530
	324	12	277	1.277	1.582	2.020

¹ B_1 y B_2 corresponden a la ecuación (2), amplificados. Los verdaderos valores para el primer caso son: $B_1 = 0,484$ y $B_2 = 0,00017$.

²El peso máximo se obtuvo aplicando la ecuación (6), y reemplazando en la ecuación (2) se obtuvo la ganancia semanal máxima presentada por cada animal.

Cuadro 5 — Razón de crecimiento en Gr/Semana y pesajes semanales en 3 animales del experimento en broilers.

Semanas	I		II		III	
	R.C. gr/Sem.	Peso gr	R.C. gr/Sem.	Peso gr	R.C. gr/Sem.	Peso gr
1	53	46	34	46	44	42
2	93	99	68	80	89	86
3	143	223	125	182	166	221
4	154	386	161	331	223	418
5	171	542	161	504	231	667
6	249	728	248	654	286	880
7	311	1.040	343	1.000	360	1.240
8	308	1.350	329	1.340	353	1.600
9	265	1.656	300	1.658	300	1.946
10	227	1.880	281	1.940	247	2.200
11	115	2.110	140	2.220	120	2.440

los animales del ensayo, Cuadro 5. En primer lugar, hay un notable incremento de la razón de crecimiento de la primera a la séptima semana, época en que generalmente alcanza su máximo; este valor después baja aunque en algunos casos se mantiene o sube ligeramente en la 8ª semana. La pendiente con que sube esta razón de crecimiento está expresado en el parámetro B_1 cuyos valores oscilaron entre 0,34 a 0,51.

El parámetro B_2 , mostró una alta correlación (significativa al 1%) con el valor de B_1 ($r = 0,8415$, $n = 77$), debido a que un valor alto de B_1 correspondió en general a un valor relativamente más bajo de B_2 . Este último parámetro expresó en qué medida disminuyó el valor de la razón de crecimiento de la 8ª ó 9ª semana a la 11ª semana. Para expresar la eficiencia de los tratamientos ensayados se calcularon los máximos de cada una de las curvas que relacionaron peso y razón de crecimiento, mediante la fórmula (6).

Las máximas ganancias diarias o semanales, en este ejemplo, se alcanzaron en la mayoría de los casos entre la 7ª y la 8ª semana, en casos menos frecuentes entre la 8ª y la 9ª semana. Esto último se produjo cuando la razón de crecimiento siguió aumentando en la 8ª semana, lo cual ocurrió en animales que alcanzaron pesos muy altos en la 9ª a 11ª

semana. Los promedios observados para estos pesos máximos se presentan en el Cuadro 3. Se pudo apreciar en los resultados la desventaja de los menores pesos de huevo y la similitud en la respuesta entre los tratamientos con mayores pesos de huevo.

Como un resumen del presente trabajo se puede apreciar que del análisis de la curva de crecimiento, y también a través de los parámetros sugeridos se puede lograr un detallado conocimiento del tipo de respuesta de un animal o de un grupo de animales frente a un tratamiento. Una parte de la respuesta puede ser atribuida a causas genéticas, otra parte a factores ambientales, por lo tanto sería de gran ayuda para el investigador conocer el tipo de respuesta que debería esperar de un tratamiento para poder separar hasta donde sea posible estos últimos factores. Por otro lado la frecuencia con que los experimentos de este tipo se ven sujetos a accidentes que significan pérdida de animales, especialmente por enfermedades, sumando a eso el material experimental siempre reducido con que se cuenta para este tipo de ensayos, obliga al investigador a examinar con cierto detalle la información obtenida, y a analizar individualmente la respuesta. En este aspecto esta metodología es de valiosa ayuda.

RESUMEN

Se sugiere un procedimiento para el ajuste de curvas de crecimiento en ensayos en cerdos y en broilers. Para lo cual se calcularon las relaciones peso observado y ganancia promedio diaria, usando la información de pesajes individuales semanales o quincenales durante el desarrollo de 2 experimentos, uno en cerdos y otro en aves. Mediante esta relación se calcularon dos parámetros para cada animal mediante el método de mínimos cuadrados. Estos parámetros fueron probados por suficiencia resolviendo las ecuaciones diferenciales respectivas, lo cual dio un nivel aceptable de

suficiencia para los dos casos estudiados. Por lo tanto se sugiere un método de análisis de estos parámetros para la comparación de los tratamientos. Este método se recomienda como un procedimiento rutinario en experimentos en cerdos y aves, puesto que permite un análisis bastante completo de la respuesta individual.

SUMMARY

ADJUSTMENT FOR CURVES OF GROWTH IN EXPERIMENTS OF ANIMAL NUTRITION

A procedure is suggested for adjusting growth curves both in swine and poultry experiments. For this purpose the relations between actual weight and average daily gain, using the weekly or every two weeks individuals weights, were calculated. Through this relation two parameters were calculated for very experimental animal by means of the least squares method. These parameters were tested for sufficiency by solving the corresponding differential equations, giving a level of convenient sufficiency for the two cases under study. Therefore these results make possible to recommend the analysis of these parameters for comparing different treatments in swine and poultry experiments, since it permits a complete analysis of the individual response.

LITERATURA CITADA

- DAY, R. H. 1963. Simple methods of estimating certain non linear functions with emphasis on agricultural data. USDA. Agriculture Handbook Nº 256, Washington, D. C.
- KRAUSE, G. F., SIEGEL, P. B. and HURST, D. C. 1967. A probability structure for growth curves. *Biometrics* 23: 217-225.
- RICHARDS, F. J. 1959. A flexible growth function for empirical use. *Jour. Exp. Botany* 10: 290-300.
- SANG, J. H. 1962. Analysis of the growth of selected lines of Brown Leghorns. Twelfth World's Poultry Congress Proceedings, Sydney, Australia: 49-51.